Domande

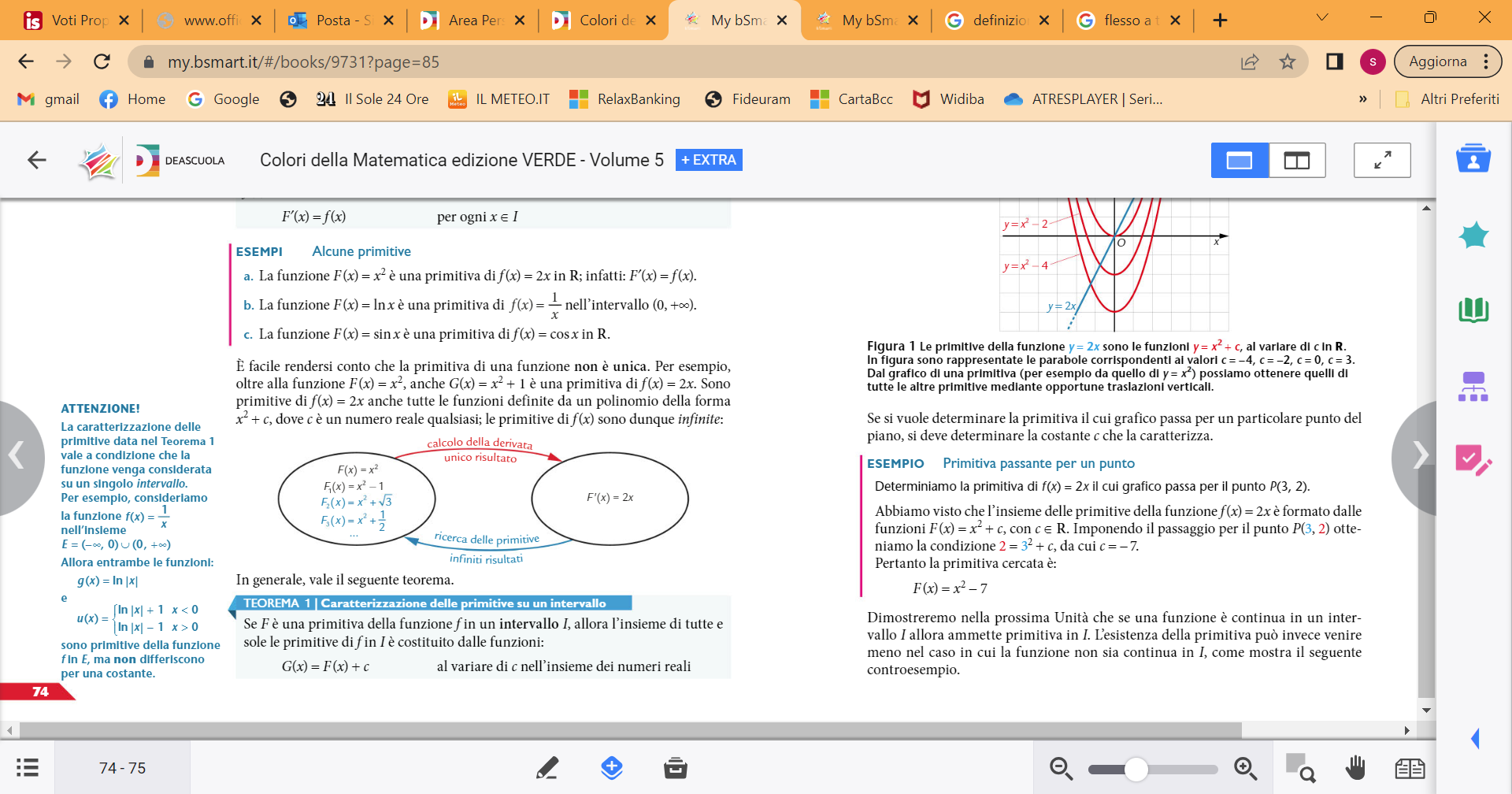
INTEGRALI

1. Definizione di PRIMITIVA

*Una funzione si dice* ***primitiva*** *di una funzione in un intervallo se è derivabile in e per ogni la sua derivata in è uguale a , cioè se:*

*Per questo è chiamata anche antiderivata di , ossia l’integrale della derivata di una funzione è la funzione stessa.*

*La primitiva di una funzione non è unica. Per esempio, oltre alla funzione , anche è una primitiva di . Sono primitive di anche tutte le funzioni definite nella forma , dove è un numero reale qualsiasi. Le primitive di sono dunque* ***infinite****.*



1. Definizione di integrale indefinito

L’insieme di tutte le primitive di una funzione si dice **integrale indefinito** della funzione e si indica con il simbolo:

che si legge “integrale indefinito di in .

1. Linearità dell’integrale indefinito

*Una fondamentale proprietà dell’integrale indefinito è di essere* ***lineare****, ossia:*

* *L’integrale della somma di due funzioni è la somma degli integrali delle due funzioni*
* *L’integrale del prodotto di una funzione per una costante è il prodotto della costante per l’integrale della funzione*

1. Somma di Riemann

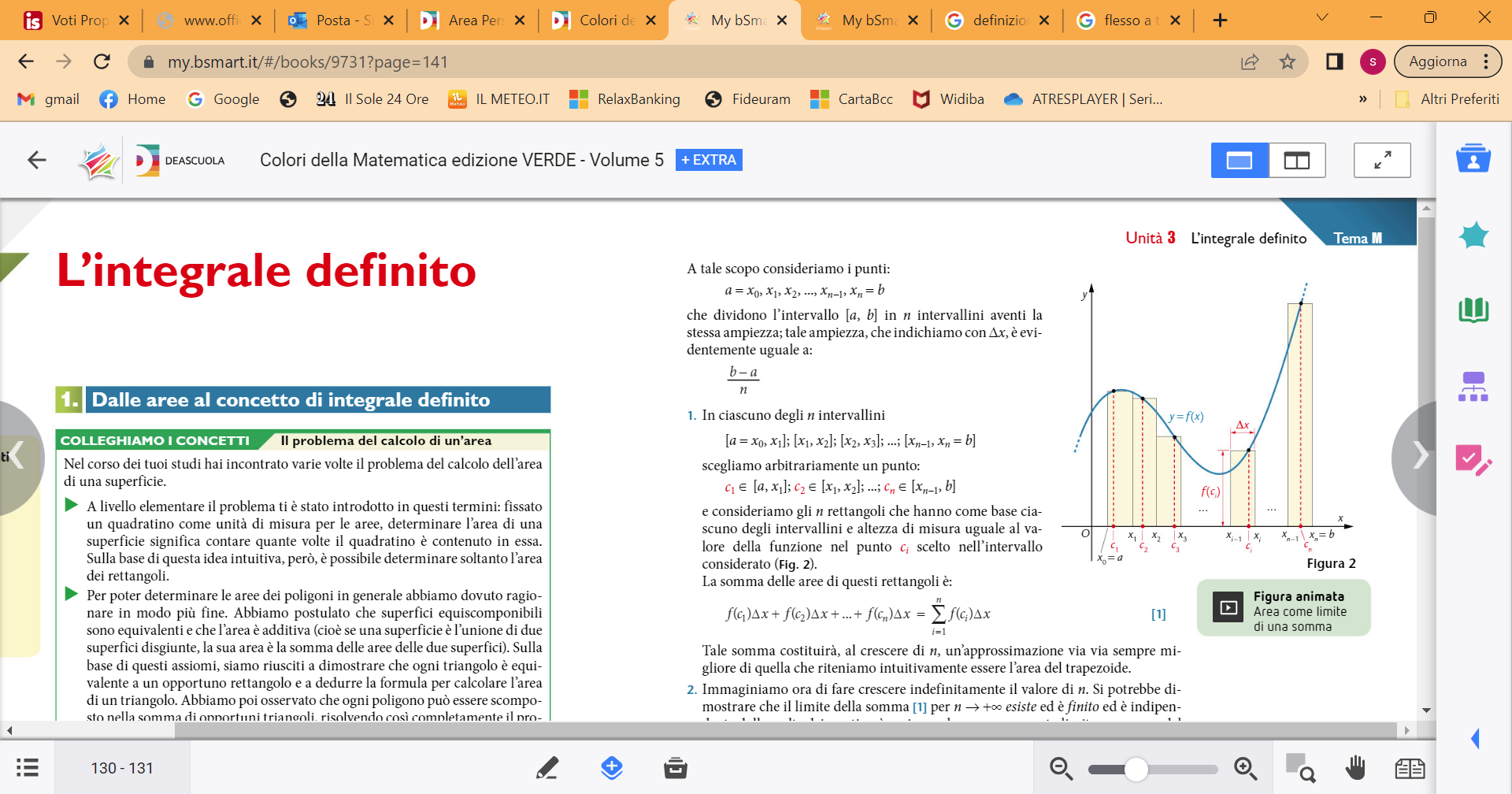
*Sia un intervallo chiuso e limitato, ed una funzione limitata. Diremo che essa è Riemann integrabile in se e solo se risulta che l’integrale superiore e l’integrale inferiore coincidono.*

*Se consideriamo i punti:*

*che suddividono l’intervallo in intervalli aventi la stessa ampiezza, uguale a:*

*Scelto in ciascuno degli intervalli un punto arbitrario , chiamiamo* ***somma di Riemann*** *della funzione nell’intervallo la somma:*

*Riemann sostanzialmente somma l’area di rettangoli di base infinitesima, così da poter ottenere l’area della regione di piano, detta* ***trapezoide****, limitata dal grafico della funzione, dall’asse e dalle rette di equazione e .*



1. Definizione di integrale definito

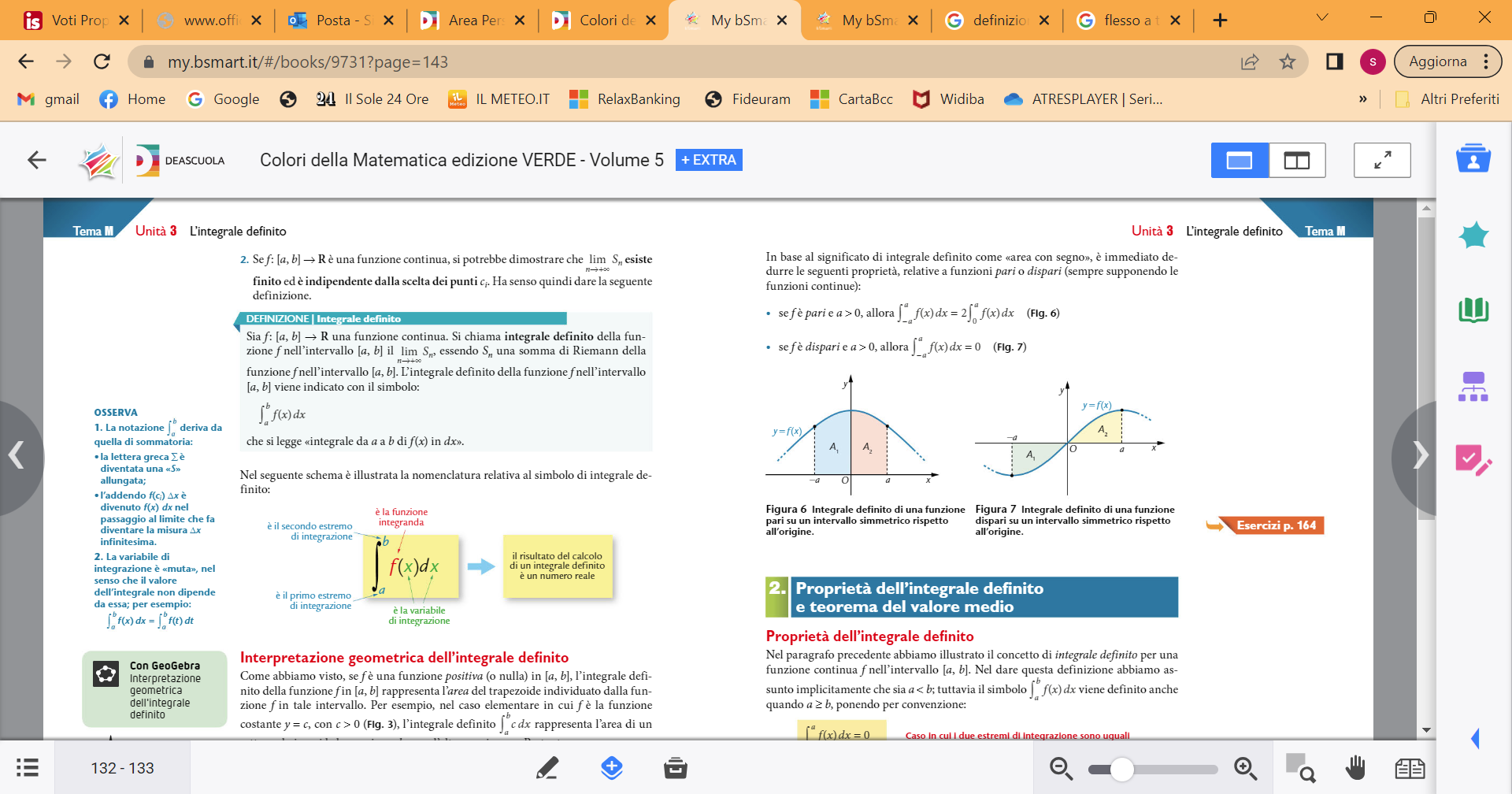
*Sia nell’intervallo una funzione continua. Si chiama* ***integrale definito*** *della funzione nell’intervallo il , essendo una somma di Riemann della funzione nell’intervallo. L’****integrale definito*** *viene indicato con il simbolo:*

*Che si legge “integrale da a di in”.*

1. Interpretazione geometrica dell’integrale definito

*L’integrale definito di una funzione nell’intervallo dà l’****area con segno*** *della superficie sottesa al grafico della funzione in quell’intervallo.*

*Con segno in quanto l’area risulta positiva se la funzione è sopra l’asse , negativa se la funzione è sotto l’asse .*



1. Proprietà dell’integrale definito

* ***Linearità***
* ***Additività***
* ***Monotonia***

*Se per ogni nell’intervallo , allora:*